

初等算数 (2006.02.09)

以下の問いに答えよ。問 2 以外は 途中の計算式も書くこと。

注：以下、 n 進数表示された数を $(\quad)_n$ をつかって表す。たとえば、 $(1000)_2$ は 2 進数での 1000 である。

問 1：つぎの問いに答えよ。

1. 2006 と 20001 の最大公約数はいくつか？
2. $(1111)_{11}$ を 9 進数表示しなさい。
3. $\frac{5}{36}$ を 7 進数で循環小数表示しなさい。

問 2：以下の各文章が正しいければ○、間違いならば×を記せ。ただし、 x, y, n は自然数である。

(配点：(正答数) × 5 − 10)

1. $(0.2006)_9$ と $(0.2006)_{10}$ では $(0.2006)_9$ の方が大きい。
2. $1/34567$ を小数で表すと、純循環小数となる。
3. 約数が 1 つしかない自然数が存在する。
4. $3x, 3y$ を 8 で割ったあまりが等しければ x, y を 8 で割ったあまりは等しい。
5. $2x, 2y$ を 8 で割ったあまりが等しければ x, y を 8 で割ったあまりは等しい。
6. 有理数を小数にすると 有限小数になる。

問 3：1 を 2 けたの数で割ったところ、有限小数となった。このような 2 けたの数のうち、最大のものを求めなさい。

問 4：自然数の割り算で、答えが $0.\dot{0}00\dots012\dot{3}$ というようにいくつかの 0 の並びと 123 を循環節とする純循環小数になるものを探したい。以下の問いに答えよ。

1. $\frac{1}{123}$ を循環小数にせよ。
2. 123 にある数をかけて 999999999 というように 9 ばかりが並び数にしたい。そのような数を 1 つ求めよ。
3. 1 をある数 N で割ったら、はじめの題意のように $0.\dot{0}\dots012\dot{3}$ となった。このような N を 1 つ求めよ。

問 5：古いランプを触ったら、急に「さんすう魔人」が現れた。魔人は 急に問題を出してきて、答えられたら 20 点をやろうと 訳のわからないことをいう。問題はこうだ。

「ある 3 けたの数を 2005 倍して 2006 で割ったら 余りは 1661 だった。さて、最初の 3 けたの数は何か？」

この問題に答えよ。そういえば、ランプの入っていた箱には「ヒント： $2005 \equiv -1 \pmod{2006}$ 」と書いてあった。

以上で100点(1問20点)です。

問6:(どれもさっぱり分かんという人のために)何かおもしろい事を書いてください。

例年、番外として問6を上記のように設けているわけなんですが、問6に私宛の要望、質問、その他を書いて下さる方が居られます。そこで問6として何か書いて下さった方へ(全てではありませんが)返答するページをweb上に設けています。その際、自分が問6に書いた内容をwebに引用されると困るというひとはその旨を書いておいて下さい。特に記載がなければ匿名で引用することがあります。