

初等算数 (2004.12.02)

以下の問いに答えよ。問 2 以外は 途中の計算式も書くこと。

注：以下、 n 進数表示された数を $(\quad)_n$ をつかって表す。たとえば、 $(1000)_2$ は 2 進数での 1000 である。

問 1：つぎの問いに答えよ。

1. 424212 と 484242 の最大公約数はいくつか？
2. $(7777)_{10}$ を 6 進数表示しなさい。
3. $\frac{1}{36}$ を 7 進数で循環小数表示しなさい。

問 2：以下の各文章が正しいければ○、間違いならば×を記せ。ただし、 x, y, n は自然数である。

(配点：(正答数) $\times 5 - 10$)

1. $(20.04)_5$ と $(20.04)_6$ では $(20.04)_5$ の方が大きい。
2. $(0.2004)_5$ と $(0.2004)_6$ では $(0.2004)_5$ の方が大きい。
3. 2003 の倍数と 3002 の倍数で 差が 1 となるものがある。
4. n が 6 の倍数でかつ 4 の倍数ならば n は 24 の倍数。
5. x, y を 8 で割ったあまりが等しければ $3x^2, 3y^2$ を 8 で割ったあまりは等しい。
6. 無限につづく小数は、有理数ではない。

問 3：以下の問いに答えよ。

1. $\frac{1}{19}$ を小数にすると循環節の桁数はいくつか。
2. 19 にある数をかけて 999999999 というように 9 ばかりが並ぶ数にしたい。このとき、最小で 9 はいくつ並ぶか。

問 4：いま あなたは大きな鉄扉の開閉装置の前にいる。早く開けないと 後ろにはゾンビが迫っている。現在 開閉装置の出力は 0 ワットと表示されており、その横には ボタン A、B と開閉ボタンがある。説明によれば A のボタンを押すと出力が 2999 ワット上がり、B のボタンを押すと出力が 2004 ワット下がるらしい。また、壁には 次のように書かれている。

「扉を開けるには 出力をちょうど 1 ワットにして 開閉ボタンを押すこと。」

さて、A を何回押して、B を何回押せばいいか。

ちなみに、親切なことに、扉の横には「ヒント：ユークリッドの互除法」と書いてあったことを申し添えておく。

問5：鉄扉の向こうの部屋には怪しげな祭壇があり、そこに脱出できそうな扉が1つだけあった。大きな扉の横に、AからGまでのラベルのついた石が1つずつと、大きな天秤があり、壁には次のように書かれている。

「A～Gの石の重さはそれぞれ 217g, 252g, 297g, 344g, 351g, 414g, 595gである。これらを天秤の左右に載せよ。もしも釣り合えば、道が開かれるであろう。ただし、ひとつだけ使わない石を混ぜておいた。」

さて 左右の天秤皿に どの石を載せればよいか。

ちなみに 親切なことに、扉の横には「ヒント：mod 7と mod 9の呪文をつかえ」と書いてあったことを申し覚えておく。

以上で100点（1問20点）です。

問6：(どれもさっぱり分からんという人のために) 何かおもしろい事を書いてください。

例年、番外として 問6を上記のように 設けているわけなんです、問6に 私宛の要望、質問、その他を書いて下さる方が居られます。そこで 問6として 何か書いて下さった方へ（全てではありませんが）返答するページを web 上に設けています。その際、自分が問6に書いた内容を web に引用されると困るというひとは その旨を書いておいて下さい。特に記載がなければ匿名で引用することがあります。