

初等算数 (2004.01.22)

以下の問いに答えよ。途中の計算式も書くこと。

注：以下、 n 進数表示された数を $(\quad)_n$ をつかって表す。たとえば、 $(1000)_2$ は 2 進数での 1000 である。

問 1：つぎの問いに答えよ。

1. 82164 と 64128 の最大公約数はいくつか？
2. $(3000)_7$ を 8 進数表示しなさい。
3. $\frac{1}{255}$ を 8 進数で循環小数表示しなさい。

問 2：以下の各文章が正しいければ、間違いならば \times を記せ。ただし、 x, y, n は自然数である。

(配点：(正答数) \times 5 - 10)

1. $1/43$ の循環節の長さは 108 桁。
2. 21 の倍数と 33 の倍数で 差が 1 となるものがある。
3. n が 4 の倍数でかつ 6 の倍数ならば n は 24 の倍数。
4. x, y を 6 で割ったあまりが等しければ $2x, 2y$ を 6 で割ったあまりは等しい。
5. $2x, 2y$ を 6 でわった余りが等しければ、 x と y を 6 でわった余りは等しい。
6. 無限につづく小数は、有理数ではない。

問 3： $10^2, 10^3, 10^5, 10^6$ を 67 で割った余りはそれぞれ 33, 62, 36, 25 である。これを用いて次の問いに答えよ。

1. $10^{11}, 10^{22}, 10^{33}, 10^{66}$ を 67 で割った余りを求めよ。
2. $1/67$ を (10 進数で) 小数にすると 循環節の長さは何桁か？

問 4：いま あなたは宝の眠る洞窟の奥にいる。宝のありそうな扉の前に A から E までのラベルの貼られた石と秤があり、壁に次のように書かれている。

「A,B,C,D,E の石はそれぞれ 616g、658g、672g、688g、714g である。A から E のうちのいくつかを 秤に載せよ。足した重さ (g) の 合計が 2060g であれば扉は開かれん。一度でも 間違えば 洞窟がくずれるであろう。」

さて、どのような組合せで石を置けば よいか？

ちなみに、親切なことに、扉の横には「ヒント： $(\text{mod } 7), (\text{mod } 8)$ の呪文をとえよ。」と書いてあったことを申し沿えておく。

問5：問4の扉を開けると次の扉があった。今度はその扉の前にAからDまでのラベルの貼られた石がそれぞれ2個ずつと秤があり、壁に次のように書かれている。

「A,B,C,Dの石はそれぞれ43g、29g、87g、61gである。AからDが2個ずつあるがこれらの計8個のうちのいくつかを秤に載せよ。足した重さ(g)の合計の下2桁が02であれば扉は開かれん。一度でも間違えば洞窟がくずれるであろう。」

さてさて、どのような組合せで石を置けばよいか？

ちなみに、またしても親切なことに、扉の横には「ヒント：何もかも7倍してみよ。」と書いてあったことを申し沿えておく。

以上で100点(1問20点)です。

問6：(どれもさっぱり分からんという人のために)何かおもしろい事を書いてください。

例年、番外として問6を上記のように設けているわけなんですけど、問6に私宛の要望、質問、その他を書いて下さる方が居られます。そこでここ数年、問6として何か書いて下さった方へ(全てではありませんが)返答するページをweb上に設けています。その際、自分が問6に書いた内容をwebに引用されると困るというひとはその旨を書いておいて下さい。特に記載がなければ匿名で引用することがあります。