

幾何学II演習 # 7

- Exercise 1 : ベクトル空間 V の3つのベクトル $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ が一次独立であるとき、実数 p_i, q_i ($i = 1, 2, 3$) について

$$p_1\mathbf{a}_1 + p_2\mathbf{a}_2 + p_3\mathbf{a}_3 = q_1\mathbf{a}_1 + q_2\mathbf{a}_2 + q_3\mathbf{a}_3$$

ならば $p_1 = q_1, p_2 = q_2, p_3 = q_3$ であることを示せ。

- Exercise 2 : ベクトル空間 V の3つのベクトル $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ が基底であるとき、 V の任意のベクトル \mathbf{x} は3つの実数 p_1, p_2, p_3 を使って $\mathbf{x} = p_1\mathbf{a}_1 + p_2\mathbf{a}_2 + p_3\mathbf{a}_3$ と 唯一通り に表されることを示せ。

- Exercise 3 : つぎのベクトルが一次独立か調べなさい。

1. $(-1, 1, 1), (1, -1, 1), (1, 1, -1)$

2. $(1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9)$

3. $(\sqrt{5} - 1, 2), (2, \sqrt{5} + 1)$

- Exercise 4 : ベクトル空間 V の3つのベクトル $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ が一次独立であるとき、

$$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3$$

の3つのベクトルも一次独立であることを示せ。

- Exercise 5 : ベクトル空間 V が3つのベクトル $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ で生成されているとき、

$$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3$$

の3つのベクトルも V を生成することを示せ。

- Exercise 6 : 平面上に適当なベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$ をとる。つぎの集合はどのような集合か、図示せよ。

1. $\{t_1\mathbf{a} + t_2\mathbf{b} \mid t_1, t_2 \text{ は } 0 \text{ 以上 } t_1 + t_2 = 1\}$

2. $\{t_1\mathbf{a} + t_2\mathbf{b} + t_3\mathbf{c} \mid t_1, t_2, t_3 \text{ は } 0 \text{ 以上 } t_1 + t_2 + t_3 = 1\}$

3. $\{t_1\mathbf{a} + t_2\mathbf{b} + t_3\mathbf{c} + t_4\mathbf{d} \mid t_1, t_2, t_3, t_4 \text{ は } 0 \text{ 以上 } t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 1\}$