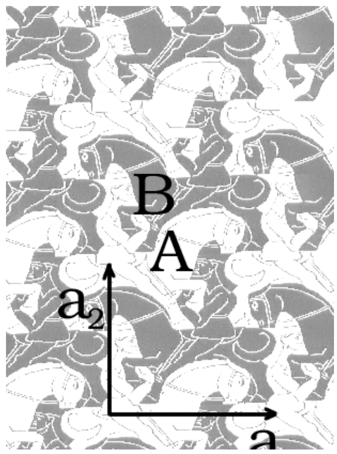
幾何学II演習 ＃6

- Exercise 1：平面上の１点 A のみを動かさない合同変換は A を中心とする回転移動であることを示せ。

- Exercise 2：平面に左下図のような模様が敷き詰められている。この平面上で、右下図のベクトル $\mathbf{a}_1$、$\mathbf{a}_2$ に沿った平行移動を τ_1, τ_2 とすれば、白い騎馬を白い騎馬に移す任意の合同変換は $(\tau_1)^n \circ (\tau_2)^m$ $(n, m \in \mathbb{Z})$ と表される。いま、白い騎馬 A を黒い騎馬 B に移す合同変換を α とする。このとき次の問いに答よ。



  1. 合同変換 α はどのような変換か。（図に 直線や点を書いて、何々に関する回転、並進鏡映 というように答えよ。）
  2. 白い騎馬を黒い騎馬に移す任意の合同変換は $(\tau_1)^n \circ (\tau_2)^m \circ \alpha$ と表されることを示せ。
  3. $\alpha^{-1} \circ \tau_1 \circ \alpha$ 及び、$\alpha^{-1} \circ \tau_2 \circ \alpha$ を τ_1, τ_2 だけを用いて表せ。
  4. $\{(\tau_1)^n \circ (\tau_2)^m \circ \alpha\} \circ \{(\tau_1)^{n'} \circ (\tau_2)^{m'} \circ \alpha\}$ を $(\tau_1)^x \circ (\tau_2)^y$ の形に表せ。(3. で 得られた結果の両辺を n 回合成してみよ）

- Exercise 3：$(0, 0)$ と $(\cos\theta, \sin\theta)$ を通る直線を l とする。l に関する鏡映を σ とおく。

  1. $\sigma(0, 0)$、$\sigma(\cos\theta, \sin\theta)$、$\sigma(-\sin\theta, \cos\theta)$ を求めよ。
  2. σ は線形写像である。σ を表す行列を求めよ。

- Exercise 4：$(0, 0)$ と $(\cos\alpha, \sin\alpha)$ を通る直線を l, $(0, 0)$ と $(\cos\beta, \sin\beta)$ を通る直線を m とする。Ex.3 の結果を用いて、$\sigma_l \circ \sigma_m$ および $\sigma_m \circ \sigma_l$ を具体的に計算してみよ。