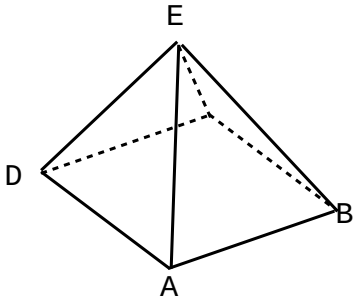
幾何学II演習 ＃１０

- Exercise １：ベクトル $\mathbf{x} = (3, 1)$ と $\mathbf{y} = (1, 2)$ の成す角を求めよ。
- Exercise ２：a, b, c, d を整数とし、ベクトル $\mathbf{x} = (a, b)$ と $\mathbf{y} = (c, d)$ を考える。ここで $\mathbf{x}$、$\mathbf{y}$ は 0 ベクトルではないとする。$\mathbf{x}$ と $\mathbf{y}$ の成す角が 60 度にはなり得ないことを示したい。
  1. $\mathbf{x}$ と $\mathbf{y}$ の成す角が $\frac{\pi}{3}$ であるとき、次の式が成り立つことを示せ。
  $$4(ac + bd)^2 = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$$
  2. 残りは授業で示します。
- Exercise ３：底面が正方形で 側面が正三角形の 四角錐をかんがえる。(辺の長さはすべて 1。) 底面の頂点を A,B,C,D とし、もうひとつの頂点を E とする。このとき、ベクトル $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AE}$、$\overrightarrow{AD}$ を それぞれ $\mathbf{x}$、$\mathbf{y}$、$\mathbf{z}$ とおくと、$\mathbf{x}$、$\mathbf{y}$、$\mathbf{z}$ は $\mathbb{R}^3$ の基底になっている。



  1. $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$、$\mathbf{y} \cdot \mathbf{z}$、$\mathbf{z} \cdot \mathbf{x}$ を求めよ。
  2. 三角形 EAB の法線ベクトルを $\mathbf{u}$ とする。$\mathbf{u} = p\mathbf{x} + q\mathbf{y} + r\mathbf{z}$ とおくとき、$p : q : r$ を求めよ。とくに $|\mathbf{u}|$=1 のとき、p, q, r はいくつか。
  3. 三角形 EAD の法線ベクトルを $\mathbf{v}$ とする。$\mathbf{v} = p'\mathbf{x} + q'\mathbf{y} + r'\mathbf{z}$ とおくとき、$p' : q' : r'$ を求めよ。とくに $|\mathbf{v}|$=1 のとき、p', q', r' はいくつか。
  4. 三角形 EAB と三角形 EAD の成す 2 面角を求めよ。