

幾何学II演習 # 1

集合の記法

- Exercise 1 : A, B をある集合 X の部分集合とするとき以下を示せ

1. $A - B = A \cap B^c$

2. $(A^c)^c = A$

- Exercise 2 : 集合 A, B, C に対して 次を示せ。

$$A \supset C \text{ かつ } B \supset C \text{ ならば } A \cap B \supset C$$

- Exercise 3 : A, B, C, D を集合とするとき つぎの等式を示せ。

$$(A \cap B) \cup (C \cap D) = (A \cup C) \cap (A \cup D) \cap (B \cup C) \cap (B \cup D)$$

- Exercise 4 : $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ とする。このとき次に示す X の部分集合を具体的に求めよ。

1. $\{a \in X | a \text{ は } 2 \text{ の倍数}\}$

2. $\{a \in X | \forall x \in X \text{ に対して } x \leq a\}$

3. $\{a \in X | \exists x \in X \text{ s.t. } a = 2x\}$

4. $\{a \in X | \forall x \in X \text{ に対して } \exists y \in X, \text{ s.t. } x = ay\}$

- Exercise 5 : X の任意の部分集合 A, B に対して $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$ と定める。このとき

1. 次を示せ。

$$A \oplus B = \{x | (x \in A \text{ かつ } x \notin B) \text{ もしくは } (x \in B \text{ かつ } x \notin A)\}$$

$$(A \oplus B)^c = \{x | (x \in A \text{ かつ } x \in B) \text{ もしくは } (x \notin B \text{ かつ } x \notin A)\}$$

2. $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ を示せ。

3. X のどんな部分集合 A に対しても $E \oplus A = A$ となるような $E \subset X$ はあるか？

- Exercise 6 : 以下の問に答えよ。(注意 : $(0, \frac{1}{n})$ は 开区間、 $[0, \frac{1}{n}]$ は 閉区間の意味です)

1. $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、 $A_n = (0, \frac{1}{n})$ と置くと、 $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_n$ を求めよ。

2. $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、 $A_n = [0, \frac{1}{n}]$ と置くと、 $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_n$ を求めよ。