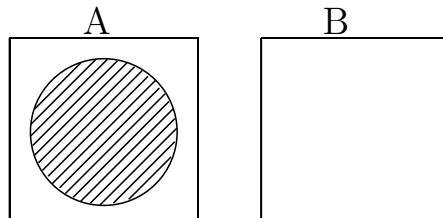


幾何学 II (2007.07.25)

問題：

- 問 1(14) : A, B は集合とし、写像 $f: A \rightarrow B$ を考える。このとき、以下の問いに答えよ。
 1. f が単射であるとはどういうことか。その定義を述べよ。
 2. f が全射であるとはどういうことか。その定義を述べよ。
- 問 2(16) : ベクトル空間 V, W および、線形写像 $f: V \rightarrow W$ を考える。 V の 3 つのベクトルの組 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ に対して、次の問いに答えよ。
 1. $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ が一次独立であるとはどういうことか。その定義を述べよ。
 2. $f(\mathbf{a}), f(\mathbf{b}), f(\mathbf{c})$ が一次独立ならば、 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ が一次独立であることを示せ。
- 問 3(25) : 紙に 2 つのマス A, B が描かれていて、いまマス A の上にコインが置いてある。



以下次のことを繰り返す。

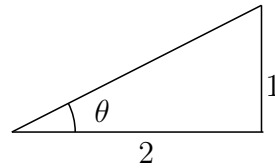
操作：

「サイコロを 1 つ振り、1 か 6 が出たらコインを別のマスに移す。それ以外の目
がでたときは何もしない。」

初期状態から 上の操作を n 回繰り返したあと、コインが A の上にある確率を P_n 、コインが B の上にある確率を Q_n とする。

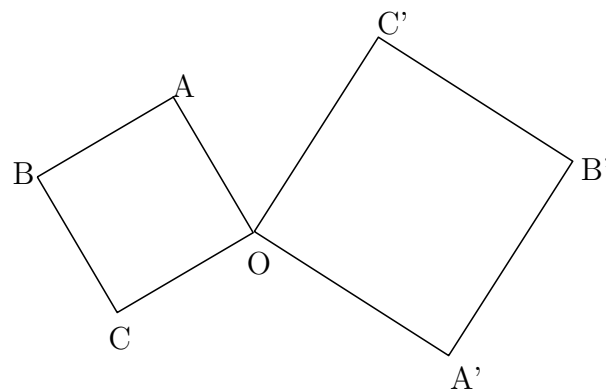
1. P_1, Q_1, P_2, Q_2 を求めよ。
2. P_n, Q_n を P_{n-1}, Q_{n-1} で表せ。
3. P_n, Q_n を n の式で表せ。

- 問 4(25) : 式 $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{x}$ で与えられる曲線 C を考える。この曲線 C を原点を中心に次の図に示す角 θ だけ正の向きに回転した図形を C' とする。 C' の式を求め、概形を図示せよ。



以下、頂点 X に関する角度 θ の正の向き (反時計回り) の回転移動を $\rho_{X,\theta}$ と表すことにする。

- 問 5(20) : 図のように 2 つの正方形 $OABC$ と正方形 $OA'B'C'$ は 1 つの頂点 O を共有している。このとき、それぞれ線分 AC' と $A'C$ を対角線とする正方形を描くとこれらも 1 つの頂点を共有することを示したい。次の問いに答えよ。



- 線分 CC' の中点を M とする。このとき、 $\rho_{M,\pi}\rho_{O,\frac{\pi}{2}}$ は合同変換の分類上、どのような変換か。
 - 合同変換 $\rho_{M,\pi}\rho_{O,\frac{\pi}{2}}$ による点 A 、点 A' の移動先を求めよ。
 - 線分 AC' と $A'C$ を対角線とする 2 つの正方形は 1 つの頂点を共有することを示せ。
- 以上で 100 点です。
 - 問 6 : (どれもさっぱり分からんという人のために) 何かおもしろい事を書いてください。

例年、番外として 問 6 を上記のように 設けているわけなんですけど、問 6 に 私宛の要望、質問、その他を書いて下さる方が居られます。ところが 授業が終わってしまうため 返答することが出来ずにいました。数年前から (全てではありませんが) 問 6 として 何か書いて下さった方へ 返答するページを web 上に設けています。その際、自分が問 6 に書いた内容を web に引用されると 困るというひとは その旨を書いておいて下さい。特に記載がなければ匿名で引用することがあります。