幾何学 I (2022.02.10)

以下の問いに答えよ。問いには授業で説明した公理および、定理を用いて解くこと。

問 1：次の文章を読んで、後の問いに答えなさい。

人類は古くから幾何に関する考察をしてきたが，紀元前 300 年頃に著された書物（ A ）においては、証明などの議論に入る前に，まず（ B ）や（ C ）を導入し、これらを用いて，本論の命題やその証明を進める方法がとられていて，これにより幾何学の学問的体系化が意識されることとなった．しかし、その前提となる部分にも曖昧な説明が多く、厳密で精密な論理展開とはいえない部分もある．

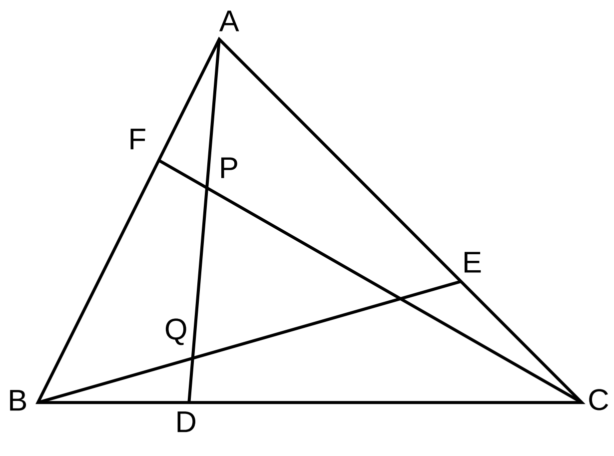
それから 2000 年以上が過ぎた 1899 年、D. ヒルベルトは（ A ）をより精密化した「幾何学基礎論」を著した．$_{(1)}$<u>その中での幾何学の展開では、基本的な（ B ）や（ C ）について、ユークリッド原論と異る扱いがされており，</u>それにより幾何学が,「現実の図形」を対象とする自然科学から，論理的な議論のみを方法とする数理科学へと昇華されている．

一方で現在の中学校の教科書は，中学生の理解の過程や度合いに配慮して，厳密な体系化を避け，一部直観に頼った展開がなされている．例えば$_{(2)}$<u>直線の平行関係と錯角の相等関係の同値性は，証明されるべき「定理」である</u>が，中学校の数学では証明されず，むしろそれを用いて他の証明を行うというように,「直観的に明らかな議論の前提」として用いられている．

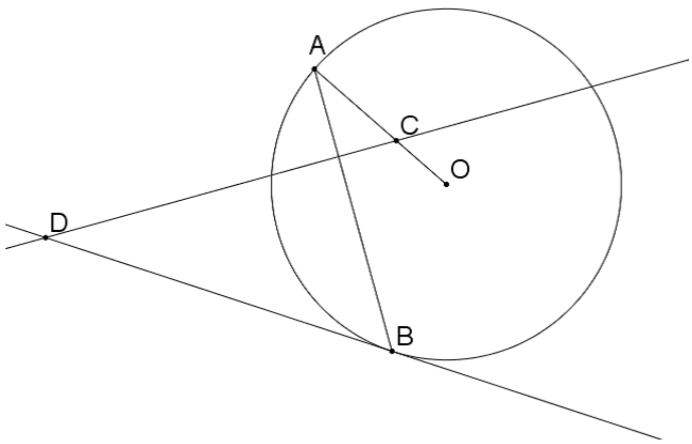
1. 空欄 (A) に入る書物の名，空欄 (B)，(C) に入る用語を答えなさい。
2. 下線部 (1) に関して、どのように異るのか述べなさい。
3. 下線部 (2) に関して、次の 2 つの命題のうち，平行線の公理を用いずに証明できるのはどちらか，記号で答えよ．
   (A) 2 直線 ℓ, m に直線 n が交わるとき，$\ell // m$ ならば錯角が等しい．
   (B) 2 直線 ℓ, m に直線 n が交わるとき，錯角が等しければ，$\ell // m$.

問 2：図において，点 D，E，F はどれも三角形 ABC の辺の三等分点の 1 つで，それぞれ B，C，A に近い方の三等分点である．AD と CF の交点を P，AD と BE の交点を Q とする．

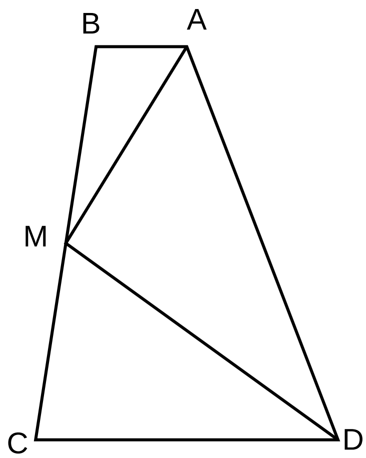
1. AP:PD を求めよ．
2. AP=PQ であることを示せ．



問３：円 O の直径と異なる弦 AB をとり，半径 OA 上に点 C をとる．C から AB へ下した垂線と点 B における円 O の接線の交点を D とする．このとき，A,B,C,D は同一円周上にあることを示せ．



問４：AB//CD である台形 ABCD の BC の中点を M とする．このとき，∠ AMD が直角ならば，AB+CD=AD となることを証明せよ．



問５：次の命題は正しいか，誤りか．正しければ証明し，誤りであれば反例を示せ．

　三角形の内接円が各辺の中点で辺に接するとき，この三角形は正三角形である．