幾何学 I (2021.02.05)

以下の問いに答えよ。問いには授業で説明した公理および、定理を用いて解くこと。

問１：次の文章を読んで、後の問いに答えなさい。

人類は古くから幾何に関する考察をしてきたが，紀元前 300 年頃に著されたユークリッドの原論においては、まず（　A　）や（　B　）を導入し、これらを用いて，本論の命題やその証明を進める方法がとられており，これにより幾何学の学問的体系化が意識されることとなった．しかし、その前提となる部分にも曖昧な説明が多く、厳密で精密な論理展開とはいえない部分もある．

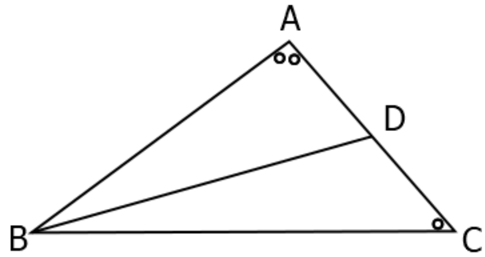
それから 2000 年以上が過ぎた 1899 年、(　C　) は ユークリッド原論 をより精密化した「幾何学基礎論」を著した．(1)その中での幾何学の展開では、基本的な（　A　）や（　B　）について、ユークリッド原論と異る扱いがされており，それにより幾何学が,「現実の図形」を対象とする自然科学から，論理的な議論のみを方法とする数理科学へと昇華されている．

一方で現在の中学校の教科書は，中学生の理解の過程や度合いに配慮して，厳密な体系化を避け，一部直観にも頼った局所的な体系化を行っている．例えば，三角形の相似条件は，証明されるべき「定理」であるが，相似条件は証明されず，むしろそれを用いて他の証明を行うというように，定理ではなく「直観的に明らかな議論の前提」のように用いられている．

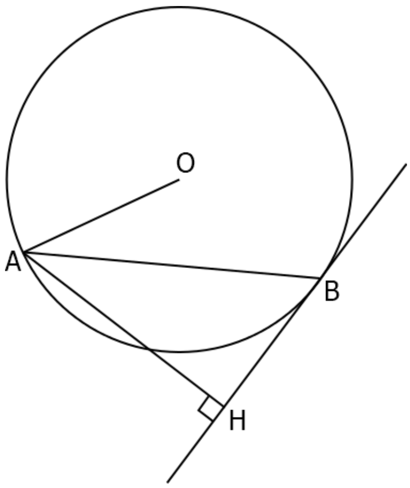
1. 空欄 (　A　), (　B　) に入る用語，空欄 (　C　) に入る人名を答えなさい。
2. 下線部 (1) に関して、どのように異るのか述べなさい。
3. 本講義では，相似条件も定理として証明していくために,「相似である」ことの意味を厳密に定めた.「２つの平面図形 F と G が相似である」ことの意味を，つぎの２語を用いて説明しなさい.

   「相似の位置にある」　　「合同」

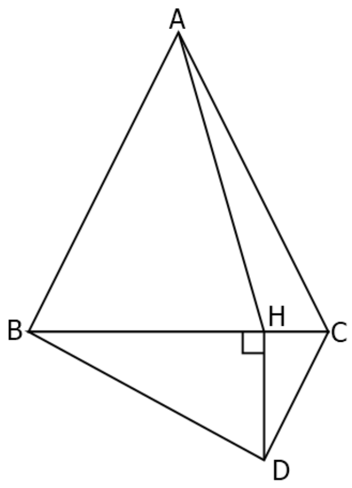
問２：△ ABC において ∠A の大きさが，∠C の大きさの２倍とする．このとき，∠B の二等分線と AC の交点を D とすると，BC=AB+AD となることを示せ．



問３：円 O の直径と異なる弦 AB をとる．点 B における円 O の接線に，点 A から垂線をおろし，その足を H とする．このとき，$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{HAB}$ となることを示せ．



問４：AB=AC である二等辺三角形 ABC の底辺 BC を斜辺とする直角三角形 DBC を三角形 ABC の外部にとる．D から BC へ下した垂線の足を H とするとき，$\mathrm{AH}^2 + \mathrm{DH}^2 = \mathrm{AB}^2$ となることを示せ．



問５：次の命題は正しいか，誤りか．正しければ証明し，誤りであれば反例を示せ．

三角形の３本の中線の長さがすべて等しいとき，この三角形は正三角形である．