

幾何学 I (2018.7.17)

以下の問いに答えよ。問いには公理および、授業で説明した定理を用いて解くこと。

問 1 : 次の文章を読んで、後の問いに答えなさい。

人類は古くから幾何に関する考察をしてきたが、紀元前 300 年ごろに著された (A) においては、公理・公準や定義が、本論の証明や論理展開と切り分けられて導入されており、これにより幾何学の学問的体系化が意識されることとなった。しかし、その前提となる部分にも曖昧な説明が多く、厳密で精密な論理展開とはいえない部分もある。

それから 2000 年以上が過ぎた 19 世紀、(B) は (A) をより精密化した「幾何学基礎論」を著した。⁽¹⁾ その中での幾何学の展開では、基本的な定義や公理について、(A) と異なる扱いがされており、それにより幾何学が、「現実の図形」を対象とする自然科学から、論理的な議論のみを方法とする数理学へと昇華されている。

一方で現在の中学校の教科書は、中学生の理解の過程や度合いに配慮して、厳密な体系化を避け、一部直観にも頼った局所的な体系化を行っている。そこでは、いくつかの「定理」を基本的な性質として「公理」的に扱うことで、証明を促す形をとっている。例えば、次の三角形の合同条件

——— 三角形の合同条件 : ———

三角形 ABC と三角形 A'B'C' において、

$$AB = A'B', \quad BC = B'C', \quad \angle B = \angle B'$$

ならば、三角形 ABC と三角形 A'B'C' は合同である

は、「公理」であるかのように扱われているが、(B) の体系では、次の「合同の公理」

——— 合同の公理 : ———

三角形 ABC と三角形 A'B'C' において、

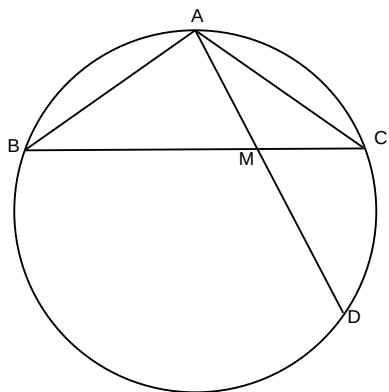
$$AB = A'B', \quad BC = B'C', \quad \angle B = \angle B'$$

ならば、 $\angle C = \angle C'$

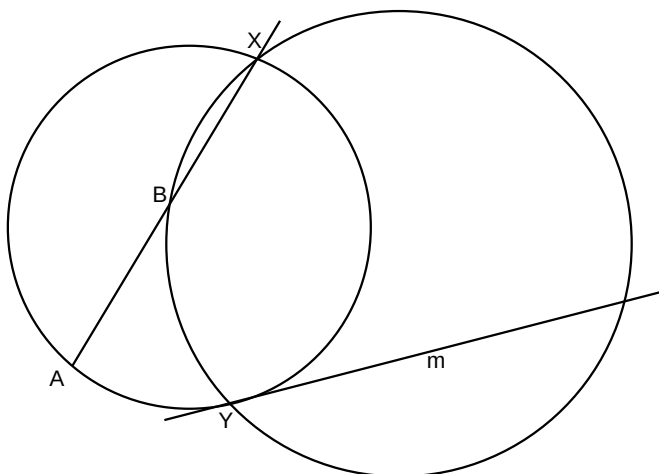
等を用いて ⁽²⁾ 証明されることである。

1. 空欄 (A) に入る書名、空欄 (B) に入る人名を答えなさい。
2. 下線部 (1) に関して、どのように異なるのか述べなさい。
3. 下線部 (2) について、その証明を述べなさい。ただし、三角形の合同とは、「対応するすべての辺と角の大きさが等しいこと」とし、角の移動の公理等、講義で扱った公理は用いてよい。

問2：下図において，点 A, B, C, D は同一円周上にあり， $AB = AC$ である．また， BC と AD の交点を M とする． $AM=4$, $AD=9$ とするとき， AB の長さを求めよ．

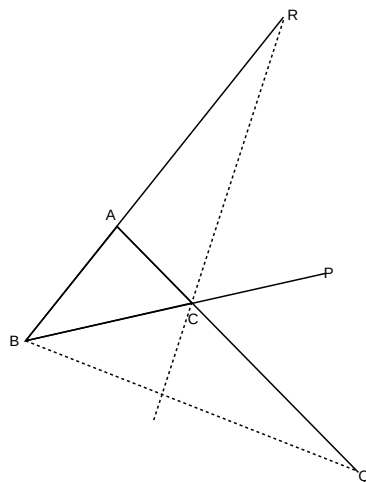


問3：円 C と円 C' が交点 X, Y で交わっており， X を通る直線の円 C との交点，円 C' との交点をそれぞれ A と B とする．ただし， B は X と A の間にある．さらに， Y における円 C の接線 m をひく．



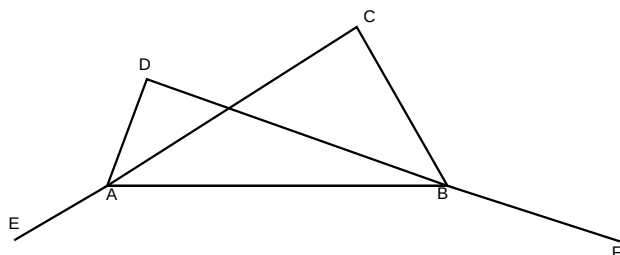
1. この接線 m と円 C' との交点を P とする．このとき， BP と AY は平行となることを示せ．
2. 一方， B を通るように AY の平行線を引いて，その平行線と円 C' との交点を Q とする．このとき， Q は Y における円 C の接線 m 上にあることを，一致法により示せ．

問4：三角形 ABC に対し，AB の A 側の延長上に点 R，BC の C 側の延長上に点 P，AC の C 側の延長上に点 Q をとる．ただし， $AR=2AB$ ， $BC=CP$ とする．いま，P，Q，R が 1 直線上にあるとき，下の問いに答えよ．



1. $AC : CQ$ を求めよ．
2. RC と BQ の交点を X とするとき， $BX : XQ$ を求めよ．

問5：下図において三角形 ABC と三角形 ABD は，それぞれ角 C，角 D が直角の直角三角形である．いま，AC の A 側の延長上に $AD=AE$ となる点 E，また，BD の B 側の延長上に $BC=BF$ となる点 F をとった．このとき次の問いに答えよ．



1. C,D,E,F が同一円周上にあることを示せ．
2. 直線 AB と直線 EF が平行となることを示せ．

以上で 100 点（1 問 20 点）です．

問6：（どれもさっぱり分からんという人のために）何かおもしろい事を書いてください．

例年、番外として 問6 を上記のように 設けています．また、問6 に 私宛の要望、質問、その他を書いて下さった方へ返答するページを web 上に設けており、なるべく、全てに返答しようとは思っています．その際、自分が問6 に書いた内容を web に引用されると困るというひとは その旨を書いておいて下さい．特に記載がなければ匿名で引用することがあります．