幾何学Ｉ (2005.7.15)

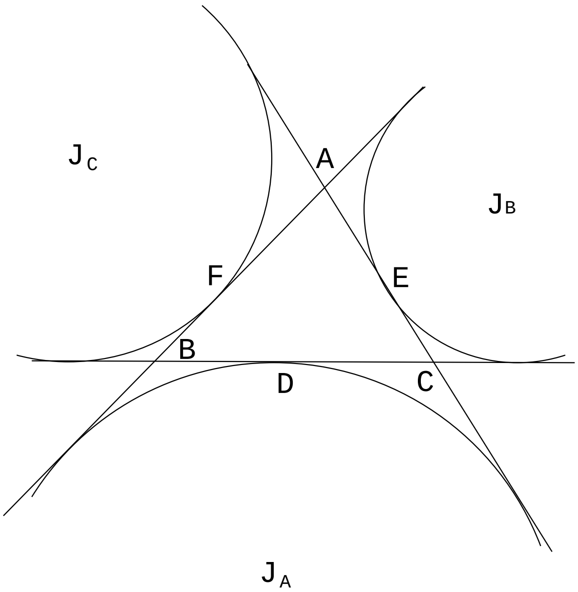
以下の問いに答えよ。問いには公理および、授業で説明した定理を用いて解くこと。

問１：

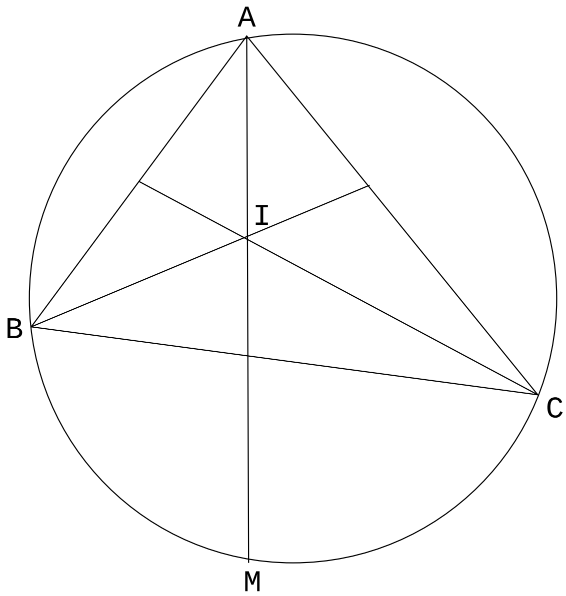
1. 本講義では ヒルベルトの著した「幾何学の基礎」に示される公理系を一部簡略化したものを基礎とし、公理系から幾何学を構築することを説明した。その構築に沿って、正しい順番に並びかえよ。
   (a) 平行線の公理を導入する。
   (b) 角の移動の公理と合同の公理を導入する。
   (c) 角を定義し、角度を導入する公理を用意する。
   (d) 点、直線を無定義用語として導入し、公理により最低限の点の存在を仮定する。
   (e) 結合の公理と呼ばれる公理群を用意し、直線は距離を用いて数直線とする。
   (f) 「直線に関して 2 点が同じ側にある」という概念を定義する。
   (g) 「定理：三角形の内角の和は 180 度である」を示す
   (h) 「定理：三角形 ABC の頂点 A の外角は頂点 B の内角よりも大きい」を示す。
   (i) いわゆる、三角形の３つの合同条件が定理として証明される。
2. 平行線の公理を述べよ。

問２：図のように三角形 ABC の傍接円 J_A, J_B, J_C を考える。それぞれが BC,CA,AB と接する点をそれぞれ D,E,F とする。また、BC, CA, AB の長さを a, b, c とおく。

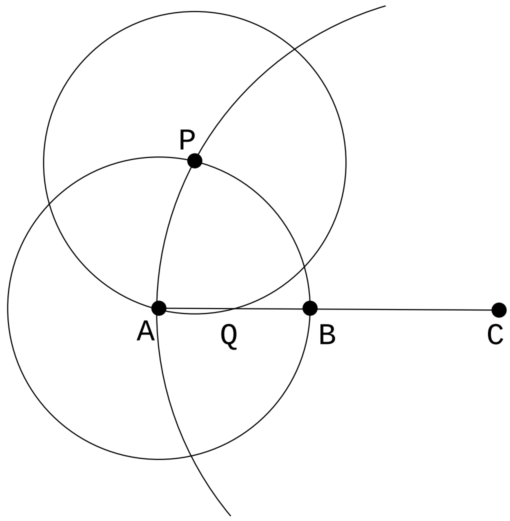
1. BD, DC の長さを a, b, c を用いて表せ。
2. AD,BE,CF は１点で交わることを示せ。



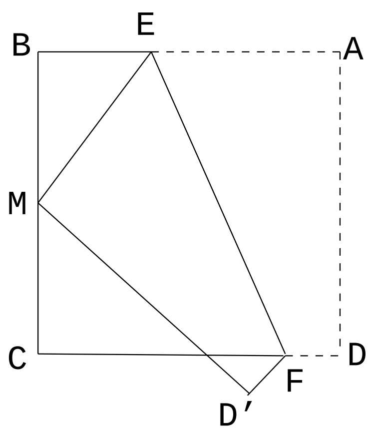
問３：三角形 ABC の内心を I とする。直線 AI と三角形 ABC の外接円との交点を M とする。このとき、$MB = MC = MI$ であることを示せ。



問４：１直線上に並んだ３点 A, B, C があり、AB, BC の長さをそれぞれ $1, a$ とする。C を中心とし AC を半径とする円、及び、A を中心とし AB を半径とする円 の交点を P とする。また、P を中心とし PA を半径とする円と AB との交点を Q とおく。AQ の長さを求めよ。



問５：1 辺の長さ 8 の正方形の折り紙があり、その頂点の位置を A, B, C, D とする。いま、図のように A の頂点が BC の中点 M の位置にくるように折り返した。(このとき、折り線は AM の垂直二等分線となる。) 折り返した後の頂点 D の位置を D' とし、折り線を EF とする。



1. AM と EF の交点を P とする。AP,AE の長さを求めよ。
2. CF と MD' の交点を Q とする。MQ の長さを求めよ。

以上で１００点（１問２０点）です。

問６：（どれもさっぱり分からんという人のために）何かおもしろい事を書いてください。

例年、番外として 問６を上記のように 設けています。また、問６に 私宛の要望、質問、その他を書いて下さった方へ返答するページを web 上に設けており、なるべく、全てに返答しようとは思っています。その際、自分が問６に書いた内容を web に引用されると困るというひとは その旨を書いておいて下さい。特に記載がなければ匿名で引用することがあります。